

---

## Praktikum Diskrete Optimierung

---

*Letzter Abgabetermin: Montag, der 13. Mai 2013, 14:00 Uhr*

### **Aufgabe 1 (Maximum Matching in bipartiten Graphen hopcroft)**

Gegeben ist ein ungerichteter, bipartiter Graph  $G = (V, E)$  mit  $V = V_1 \cup V_2$ , wobei  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$  und alle Kanten einen Knoten aus  $V_1$  mit einem aus  $V_2$  verbinden. Implementieren Sie den Algorithmus von Hopcroft und Karp, der in Zeit  $O(\sqrt{|V|} \cdot |E|)$  ein Matching maximaler Kardinalität berechnet.

Verwenden Sie die Darstellungsmöglichkeiten von **GraphWin**, um die Arbeitsweise des Algorithmus, d. h. jede einzelne simultane Breitensuche und anschließende Tiefensuche, anschaulich darzustellen. Zu jedem Zeitpunkt soll das vorläufige Matching am Bildschirm klar erkennbar sein. Auch die Invertierung augmentierender Pfade soll gut mitverfolgt werden können.

Zusätzlich soll vor jeder simultanen Breitensuche die obere Schranke  $2 \cdot \left\lfloor \frac{|M|}{|M'| - |M|} \right\rfloor + 1$  für die Länge eines kürzesten augmentierenden Pfades ausgegeben werden, wobei  $M$  das aktuelle Matching und  $M'$  ein beliebiges Matching maximaler Kardinalität ist. Da  $M'$  unbekannt ist, soll hier  $|M'| = |V|/2$  eingesetzt werden.

### **Hinweise**

Als Eingabe für Ihren Algorithmus können Sie die vier ungerichteten, bipartiten Graphen `bipartite1.gw` bis `bipartite4.gw` verwenden. Bei diesen Graphen hat das User-Label der Knoten in  $V_1$  den Wert „1“, das der Knoten in  $V_2$  den Wert „2“. Alle diese Graphen enthalten ein perfektes Matching, d. h. ein Matching mit  $|V|/2$  Kanten.