Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Tobias Lieber

Wintersemester 2010/11
Übungsblatt 9
18. Januar 2011

Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen

Abgabetermin: 18. Januar 2011 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Bestimmen Sie den Median der Zahlen $30, 1, 8, 4, 31, 57, 56, 84, 87, 64, 28, 17, 53, 32$ mit dem Algorithmus von Schönhage, Paterson und Pippenger.
Verwenden Sie genau die Eingabereihenfolge wie sie angegeben ist. Benutzen Sie schon einmal verglichene Elemente erst dann wieder, wenn alle Zahlen der Eingabe mindestens einmal verglichen wurden. Schon einmal verglichene Elemente werden in der Reihenfolge ihres (wiederholten) Einfügens in den Pool von Zahlen abgearbeitet.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Für n unterschiedliche Zahlen $x_1, \ldots, x_n$ mit positiven Gewichten $w_1, \ldots, w_n$, so dass $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ gilt, ist der gewichtete Median definiert als das Element x_k, für das gilt

$$\sum_{x_i < x_k} w_i < \frac{1}{2}$$

und

$$\sum_{x_i \leq x_k} w_i \geq \frac{1}{2}.$$

1. Zeigen Sie, dass der Median von $x_1, \ldots, x_n$ der gewichtete Median der x_i ist, falls $w_i = \frac{1}{n}$ für alle i gilt.
2. Geben Sie einen möglichst effizienten (evtl. auch randomisierten) Algorithmus zur Bestimmung des gewichteten Medians einer Menge an.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass das zweitkleinste Element einer n-elementigen Menge mit $n + \lceil \log_2 n \rceil - 2$ Vergleichen gefunden werden kann. Geben Sie einen vollständigen formalen Beweis an, dass dies auch eine untere Schranke ist.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben sei eine n-elementige Menge M. Wieviele Vergleiche braucht man, um das Minimum *und* das Maximum von M gleichzeitig zu bestimmen? Beweisen Sie eine obere wie auch untere Schranke.