

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

---

Abgabetermin: 07.12.2007 vor der Vorlesung

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Mit Hilfe einer Priority Queue  $PQ$  lassen sich  $n$  Schlüssel sortieren, indem man diese zunächst in  $PQ$  einfügt und anschließend  $n$  mal `EXTRACTMIN` ausführt.

Implementieren Sie einen solchen Sortieralgorithmus mit Hilfe von Binomial-Heaps.

Die zu sortierende Schlüsselmenge sei in einer Datei enthalten, deren Name beim Aufruf angegeben wird. Jede Zeile dieser Datei enthält genau einen Schlüssel. Die Ausgabe soll anschließend in einer Datei gespeichert werden, deren Name ebenfalls beim Ausführen angegeben wird. Senden Sie Ihren Quelltext per Email an `baumgart@in.tum.de`.

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

- Fügen Sie die Schlüssel 2, 3, 6, 7, 5, 1, 4 in dieser Reihenfolge in einen anfangs leeren Splay-Tree ein. Zeichnen Sie den Baum jeweils nach dem Einfügen.
- Betrachten Sie den Splay-Tree aus Aufgabe (a) nach dem Einfügen des Schlüssels 5. Geben Sie eine Folge von Zugriffsoptionen an, die diesen Splay-Tree degenerieren lässt, das heißt, wir erhalten durch diese Folge von Operationen eine lineare Liste.

Zeichnen Sie die dabei auftretenden Splay-Trees.

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Schlagen Sie eine Erweiterung der 2-Level-Buckets PQ vor, so dass auch Werte effizient eingefügt werden können, die unter dem minimalen Wert liegen. Führen Sie eine amortisierte Analyse Ihrer Lösung mit einer geeignet gewählten Potentialfunktion durch.

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Verallgemeinern Sie die Idee der 2-Level-Buckets auf  $k$ -Level-Buckets. Die amortisierte Laufzeit von `INSERT` und `DECREASEKEY` soll wieder  $O(1)$  sein, die von `EXTRACTMIN` nur noch  $O(\sqrt[k]{C})$ , wobei  $C$  wieder die obere Schranke für die Differenz zwischen dem größten und dem kleinsten Schlüssel sein soll.

*Hinweis:* Sie können zur Vereinfachung annehmen, dass nur Schlüssel aus der Menge  $\{0, \dots, C - 1\}$  in den  $k$ -Level-Bucket eingefügt werden